华东师范大学期末试卷 (B)
2017—2018 学年第一学期

课程名称: 高等代数与解析几何III　　教师姓名: 陆俊

学生姓名:　　学　　号:

专　　业:　　年级/班级: 2016 级非师范班

课程性质: 专　业　必　修

一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分	阅卷人签名

一、(共 20 分)
(1) 求以 $(0,0,1)$ 为顶点, 以曲线

$$\begin{cases} x = t, \\ y = t^2, \\ z = t^3 \end{cases}$$

为准线的锥面, 并求它和 xy-平面的交线.
(2) 求以原点为顶点, 且过三条坐标轴的圆锥曲面 S, 并求它的旋转轴以及半顶角.

二、(共 10 分)
已知柱面准线方程为

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4, \\ x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4, \end{cases}$$

母线方向为 $(1,1,-1)$. 求该柱面方程.

三、(30 分)
已知二次曲面

$$2x^2 + y^2 - z^2 + 3xy + xz - 6z = 0$$

(1) 求它的不变量 I_1, I_2, I_3, I_4;
(2) 判断它的类型并给出标准型方程;
(3) 求过其上点 $M(1,1,1)$ 的直母线方程.

四、(10 分) 已知二次曲线:

$$6x^2 - xy - y^2 + 3x + y - 1 = 0.$$

求它的中心以及渐近线.

五、(15 分)证明: 双曲抛物面 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$ $(a \neq b)$ 的两条直母线若垂直相交, 则其交点必在一双曲线上 (请同时求出该双曲线).

六、(15 分) 设圆锥面 $S : x^2 + y^2 = z^2$. 试求出所有这样的平面 Π, 使得 $\Pi \cap S$ 是抛物线.