华东师范大学期末试卷 (B): 2014—2015 学年第 2 学期

课程名称: 组 合 与 图 论　　教师姓名: 陆俊

学生姓名:　　学　　号:

专　　业:　　年级/班级: 2012 级师范班

课程性质: 专 业 必 修

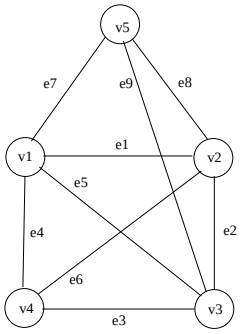
一	二	三	四	五	六	七	八	总分	阅卷人签名

以下如无特别声明, n, m 均表正整数, $P(n,m)$ 表 n 的 m-分拆数, $P(n)$ 表 n 的分拆数; X 是 n 元有限集合; G 是作用在 X 上的有限群或一个非空图 (视具体题目而定); S_n 是 n 元置换群, C_n 是 n 阶循环群, D_n 是作用在正 n 边形上的二面体群; K_n 指 n 阶完全图. 请在答题中也采用同样的记号.

一、(20 分) 简述以下概念和结论 (任选四项).

(1) 共轭分拆;　　(2) 群作用的轨道;　　(3) 图的生成子图;
(4) 树的顶点数与边数的关系式;
(5) $\{P(n,m)\}$ 的生成函数的无穷乘积表达式;
(6) 循环指标 $Z(C_n; x_1, \cdots, x_n)$ 的计算公式.

二、(单项选择题, 共 20 分) 考虑图 G 如下:



(1) G 的圈秩等于____.

(A) 2,　　(B) 3,　　(C) 4,　　(D) 5,　　(E) 6.

(2) G 的谱包含____.

(A) $0, 1$,　　(B) $0, -1$,　　(C) $1, -1$,　　(D) $1, 2$,　　(E) $-1, 2$.

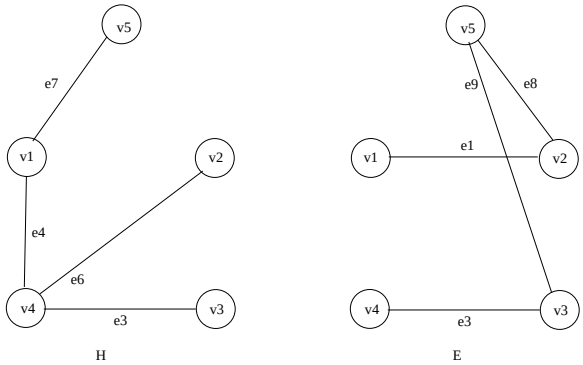
(3) G 在同构意义下是____.

(A) 平面图, 欧拉图,　　(B) 非平面图, 欧拉图,
(C) 极大平面图, 非欧拉图,　　(D) 非平面图, 非欧拉图,
(E) 以上答案都不对.

(4) G 的生成树个数是____, 其中互不同构的类型有____个.
(A) 125, 6,　(B) 50, 5,　(C) 75, 3,　(D) 25, 4　(E) 以上答案都不对.

三、(共 20 分) 设 $n = 8$.
(1) 写出 n 的所有 5-分拆, 并画出它们的 Ferrers 图.
(2) 对 n 的每个 5-分拆 $\sum_{i=1}^{5} d_i = n$ ($d_1 \geq \cdots \geq d_5$), 求顶点度数依次满足 $d(v_i) = d_i$ $(i = 1, \cdots, 5)$ 的 5 阶树的个数. 进一步, 确定出其中互不同构的树.

四、(共 10 分) 考虑第二题的图 G 的子图 E, H



分别求 E, H 的补图, $H \cap E$ 及 $H \cup E$.

五、(共 10 分) 设 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $G = \langle (135), (24) \rangle$ 作用在 X 上. 求 G 的轨道个数. 进一步, 请具体写出这些轨道.

六、(10 分) 今有红、蓝、黄珠各若干, 任取 8 颗穿成环形项链.
(1) 若只允许旋转, 问: 有多少种不同的项链?
(2) 若允许旋转和翻转, 问: 有多少种不同的项链?

七、(共 10 分) 设 G 是简单平面图, 边数 $e(G) < 30$, 证明: 存在顶点 v, 其度数 $d(v) \leq 4$.