华东师范大学期末试卷 (B): 2014—2015 学年第 1 学期

课程名称: 拓 扑 学　　教师姓名: 陆俊

学生姓名:　　学　　号:

专　　业:　　年级/班级: 2014 级非师范班

课程性质: 专 业 必 修

一	二	三	四	五	六	七	总分	阅卷人签名

以下如无特别声明, X, Y 等均表示拓扑空间, f, g 等均表示连续映射.

一、(20 分) 简述以下概念或结论 (**任选四项**).
(1) 收敛序列; (2) 道路; (3) 一致极限定理;
(4) 最值定理; (5) 正则空间; (6) C_1 空间.

二、(共 16 分) (1) 证明: $\mathbb{R}^n \ncong \mathbb{R}^1$ $(n > 1)$.
(2) 证明: $S^2 \ncong S^1$.

三、(16 分) 设 $(\mathbb{R}^1, \tau)$ 是由拓扑基

$$\tau = \{(-\infty, a) \mid a \in \mathbb{R}^1\},$$

生成的实数集上的拓扑空间.
(1) 证明: $(\mathbb{R}^1, \tau)$ 满足第二可数性公理, 并构造它的可数拓扑基.
(2) 证明: 任何实值连续函数 $f : (\mathbb{R}^1, \tau) \to \mathbb{R}^1$ 必是常值函数.

四、(共 12 分) 设 $f : X \to Y$ 是满的连续映射. 证明: 若 X 序列紧, 则 Y 也序列紧.

五、(共 12 分) 设 X, Y 是道路连通的, 证明: $X \times Y$ 也道路连通.

六、(共 12 分) 设 $f : X \to Y$ 是满的连续映射. 证明: 若 X 是可分的, 则 Y 也是可分的.

七、(共 12 分) 设 (X,d) 是度量空间, $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ 是 X 中的点列, $x_0 \in X$. 证明: $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x_0$ 当且仅当对任何正整数 k, 存在 $N>0$, 使得当 $n>N$ 时, 总有 $x_n \in B_d(x_0, \frac{1}{k})$.