华东师范大学期末试卷 (B): 2009—2010 学年第 1 学期

课程名称: 初 等 数 论

学生姓名: _____ 学 号: _____

专 业: _____ 年级/班级: 2007 级

课程性质: 专 业 必 修

一	二	三	四	五	六	七	总分	阅卷人签名

一、(共 12 分) 简单叙述以下概念或结论:
(1) 平方剩余; (2) 勒让德符号; (3) 二次互反律; (4) 模 p 之原根.

二、(共 12 分)单项选择题
(1) 考虑同余方程 $x^2 \equiv 5 \pmod{49}$, 则方程 ( )
(A) 有解且 $(\frac{5}{49}) = 1$; (B) 有解且 $(\frac{5}{49}) = -1$; (C) 无解且 $(\frac{5}{49}) = 1$; (D)无解且 $(\frac{5}{49}) = -1$.

(2) 在模 11 中, 以下哪一个数是平方非剩余 ( )
(A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4;

(3) 以下哪个数不是模 13 之原根. ( )
(A) 2; (B) 3; (C) 6; (D) 7;

三、(20 分)(1)分别求以下勒让德符号值

$$(\frac{6}{11}), \qquad (\frac{7}{13}), \qquad (\frac{-1}{17})$$

(2)求同余方程组 $x^2 \equiv 19 \pmod{35}$ 所有剩余类解.

四、(16 分) (1) 求不定方程 $x^2 - y^2 = 2z^2$ 的正整数解, 此处 $(x, y) = 1$.
(2) 证明: 不定方程 $x^2 + 4y^2 = 3z^2$ 无正整数解.

五、(20 分) 设 p 是奇素数, g 是模 p 之原根.
(1) 设 a 是整数, $(a, p) = 1$, 证明: a 为另一原根的充要条件是 $(ind_g a, p-1) = 1$.
(2) 取 $p = 11$, $g = 2$, $a = 3$, 试求出 $ind_g a$ 以及模 13 的所有原根.

六、(共 20 分) (1) 证明威尔逊定理之逆命题: 若 $(n-1)! \equiv -1 \pmod{n}$, 则 n 必为素数($n > 1$).
(2) 假设 p 是模 4 余 1 的素数. 利用威尔逊定理证明 $((\frac{p-1}{2})!)^2 \equiv -1 \pmod{p}$.
(3) 叙述和勒让德符号 $(\frac{n}{p})$ 有关的欧拉公式, 并用此公式重新推导费马小定理.